[6] オットーサイクルの効率が $\eta = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$ であることを示せ

(1) 授業でやった様に $\eta = \frac{W_{A\to B} + W_{C\to D}}{C_V(T_C - T_B)} = \frac{T_A - T_B + T_C - T_D}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$ ★

状態方程式より $P_\alpha V_\alpha = N k_B T_\alpha$ $(\alpha = A \sim D)$ 但し $V_C = V_B$ $V_D = V_A$

よって $\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \frac{N k_B T_D - N k_B T_A}{N k_B T_C - N k_B T_B} = \frac{P_D V_A - P_A V_A}{P_C V_B - P_B V_B} = \frac{V_A}{V_B}\frac{P_D - P_A}{P_C - P_B}$ ……★★

一方 準静断熱過程で成立する $P_D V_A^{\gamma} = P_C V_B^{\gamma}$ より $(P_D - P_A)V_A^{\gamma} = (P_C - P_B)V_B^{\gamma}$
$P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$

すなわち $\frac{P_D - P_A}{P_C - P_B} = \frac{V_B^{\gamma}}{V_A^{\gamma}}$ これを★★に代入すれば

$\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$ となるので 示せる